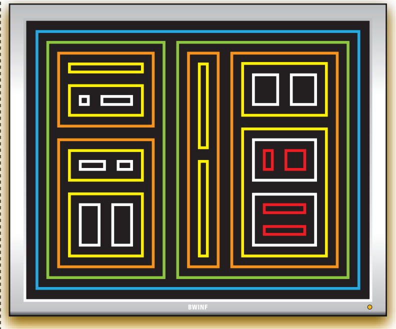
Rechteckschoner

Als eine ältere Mitschülerin von den letzten Zweitrundenaufgaben erzählte, hatte Moni die Idee zu einem eigenen Bildschirmschoner: Gezeichnet werden soll ein Rechteck, das zwei Rechtecke enthält, die jeweils wieder zwei Rechtecke enthalten usw. Damit das nett aussieht, soll bei der Rechteckschachtelung der Zufall eine sinnvolle Rolle spielen, und ein enthaltenes Rechteck soll sich nicht nur in der Größe vom dem es unmittelbar enthaltenden Rechteck unterscheiden – etwa so:



Nach dem Aufbau soll das fertige Rechteckschachtelbild immer wieder so aktualisiert werden, dass mal das eine, mal das andere Rechteck (evtl. mit allen enthaltenen Rechtecken) sein Aussehen verändert.

Junioraufgabe 1

Entwickle einen solchen „Rechteckschoner“. Demonstriere seine Funktion an mindestens drei verschiedenen Rechteckschachtelbildern mit jeweils zwei Veränderungen.

Glücksrad

Um den Millionengewinn bei einer großen Fernsehshow zu vergeben, wurde ein Glücksrad gebaut. Das Glücksrad hat 6 Felder und wird immer gegen den Uhrzeigersinn in Gang gesetzt.

Bei der Konstruktion wurden die Wahrscheinlichkeiten festgelegt, mit denen sich das Glücksrad um eine bestimmte Anzahl Felder weiter bewegt:

Anzahl Felder	Wahrscheinlichkeit
1	5/15
2	4/15
3	3/15
4	2/15
5	1/15
6	0/15

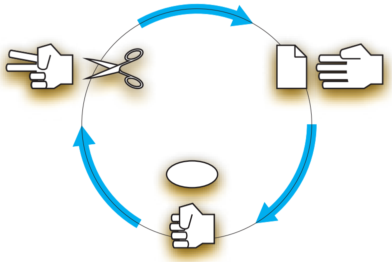
Den Millionengewinn erhält ein Teilnehmer, wenn er es schafft, bei sechsmaligem Drehen jedes Feld genau ein Mal zu erreichen. Beispielsweise bringt die Folge (A)–C–D–B–E–A–F den Millionengewinn. Sie hat Wahrscheinlichkeit $4/15 \cdot 5/15 \cdot 2/15 \cdot 3/15 \cdot 4/15 \cdot 1/15 = 32/759375 \approx 0{,}00004$. Aber natürlich gibt es viele andere Folgen, die auch den Millionengewinn bringen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, den Millionengewinn zu erhalten?

Junioraufgabe 2

Schreibe ein Programm, das für eine beliebig gegebene Wahrscheinlichkeitstabelle die Gewinnwahrscheinlichkeit errechnet. Das Programm soll für Glücksräder mit bis zu zehn Feldern arbeiten können.

Wer spielt fair?

Bob spielt mit seinen Freunden oft „Schere, Stein, Papier“, wenn es darum geht, eine Entscheidung zu fällen. In einer Spielrunde wählen die beiden Spieler gleichzeitig entweder „Schere“, „Stein“ oder „Papier“. Sind die gewählten Begriffe unterschiedlich, ergibt sich aus dem folgenden Bild, wer den Zug für sich entscheiden konnte.



Nun hat Bob ein Programm geschrieben, das „Schere, Stein, Papier“ gegen einen Menschen spielen kann. Er behauptet, sein Programm spiele besser als ein Mensch. Seine Freunde sagen, sein Programm schummelt, denn bei Bobs Programm muss zuerst der Mensch seine Wahl eingeben, bevor der Computer seine Wahl ausgibt.

Bob sucht also nach einem Verfahren, mit dem das Programm nachweisen kann, dass es fair spielt, (also seine Wahl festgelegt hat, bevor der Mensch seine Wahl eingibt), aber natürlich ohne seine Wahl vorher zu verraten.

Gleichzeitig soll das Verfahren praktikabel sein: Der Mensch soll im Nachhinein möglichst einfach überprüfen können, ob das Programm fair gespielt hat, aber während des zügig durchgeführten Spiels nicht aus möglichen Ausgaben des Programms dessen Wahl erraten können.

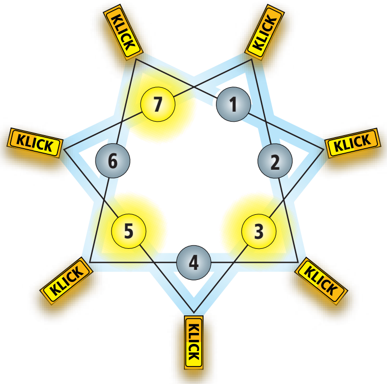
Aufgabe 1

Schlage Bob ein geeignetes Verfahren vor. Begründe, warum dein Vorschlag alle oben genannten Anforderungen erfüllt. Wenn du magst, kannst du das Programm und dein Verfahren gerne implementieren, gefordert ist das aber nicht.

Aladins Lampen

Ihr habt vielleicht so ein Spiel schon einmal gesehen: Eine Anzahl von Lampen ist im Kreis angeordnet. Neben jedem Lämpchen befindet sich ein Taster. Drückt man auf den Taster neben einer Lampe, verändert sich der Zustand dieser Lampe (an nach aus oder aus nach an), aber gleichzeitig auch – in Abhängigkeit von der verwendeten Schaltung – gewisser anderer Lampen.

Ein Spieler findet ein solches Spiel in irgendeinem Zustand vor und soll nun erreichen, dass alle Lampen angeschaltet sind.



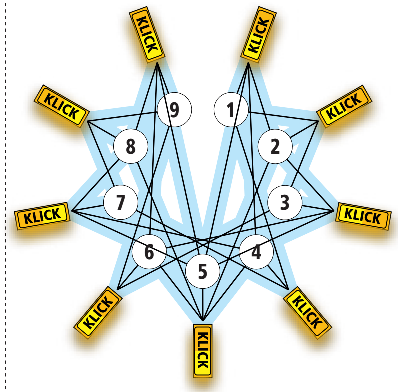
Aufgabe 2

Betrachte zunächst das oben abgebildete Spiel. Es hat eine Schaltung, bei der jeder Taster seine Lampe und deren linken und rechten Nachbarn schaltet.

> Gib eine Tastenfolge an, durch die bei der abgebildeten Ausgangssituation erreicht werden kann, dass alle Lampen angeschaltet sind.

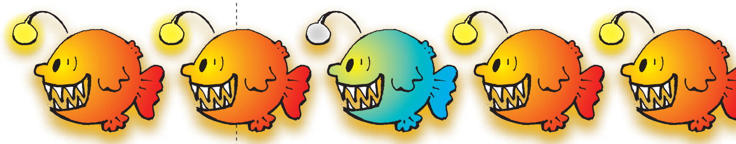
> Entwickle ein Verfahren, das für eine beliebige Ausgangssituation eine Tastenfolge liefert, durch die alle Lampen angeschaltet werden.

Es sollen nun andere Schaltungen für Spiele dieser Art entworfen werden. Jeder Taster schaltet dabei eine Teilmenge der Lampen. Diese Teilmenge kann für jeden Taster unterschiedlich sein. Brauchbar sind allerdings nur solche Schaltungen, bei denen für jede Ausgangssituation alle Lampen mit einer Folge von Tastenbetätigungen angeschaltet werden können.



> Prüfe, ob die oben skizzierte Schaltung brauchbar ist.

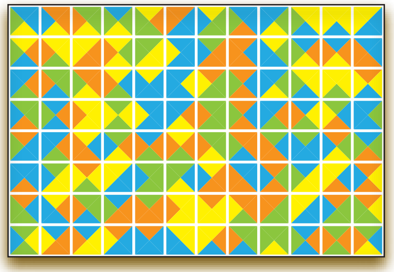
> Schreibe ein Programm, das solange zufällige Schaltungen generiert und überprüft, bis eine brauchbare gefunden wurde.



Fehlerfrei puzzeln

Im Taschenbuch der Algorithmen wurde folgendes Legespiel vorgestellt. Auf einem Brett liegen quadratische Spielsteine, deren vier Seiten je eine Farbe haben. Man darf die Steine auf andere der $12 \cdot 8$ quadratischen Plätze auf dem Brett legen. Dabei darf man die Steine aber nicht drehen – ihre Orientierung muss unverändert bleiben.

Liegen zwei verschiedenfarbige Seiten zweier Steine nebeneinander, erhält man einen Strafpunkt. Für eine gegebene Anfangsanordnung wurde folgende neue Platzierung mit nur einem Strafpunkt vorgeschlagen:



Aufgabe 3

Schreibe ein Programm, das für solche Rätsel möglichst gute Lösungen findet und diese ausgibt.

Ist die oben gezeigte Platzierung optimal oder gibt es auch eine ohne Strafpunkte?

> Hinweis

Auf www.bundeswettbewerb-informatik.de findest du eine Datei, welche die Menge der Spielsteine im obigen Bild beschreibt.

Zaras dritter Fehler

Zara Zackig muss sich leider viele geheime Sätze für telefonische Identitätsfeststellungen auf ihren Geschäftsreisen merken. Auf Grund negativer Erfahrungen in der Vergangenheit ist sie sehr vorsichtig geworden und schreibt die Sätze niemals im Klartext, sondern nur verschlüsselt auf.

Dazu verwendet sie folgendes, selbst erfundenes Verfahren: Sie möchte zum Beispiel den kurzen Satz „Ohne Liebe keine Wahrheit" verschlüsseln. In alter kryptographischer Tradition ignoriert sie Leer- und Satzzeichen. Nun sucht sie sich eine beliebige Stelle aus ihrem Lieblingsbuch aus, das sie stets mit sich führt. Nehmen wir an, sie wählt folgendermaßen:

» *Ganz einfach. S**o** geweckt und temperamentvoll und beina**h**e leide**n**schaftlich si**e** ist, oder vie**l**le**i**cht auch, weil si**e** es ist, sie gehört nicht zu denen, die so recht eigentlich auf Lie**be** gestellt sind, wenigstens nicht auf das, was den Namen ehrlich verdient.* ... «

Sie findet nun die Buchstaben ihres Satzes (als eine mögliche Untersequenz) im gewählten Text, markiert sie, zählt die Abstände und erhält so diese Zahlenfolge, welche sie sich notiert:

13, 34, 7, 13, 11, 3, 9, 58, 1, 93, 4, 1, 1, 1, 4,
21, 7, 3, 23, 5, 5, 15

Welche Zeile im Buch als Startpunkt dient, will sie sich aber auswendig merken!

Aufgabe 4

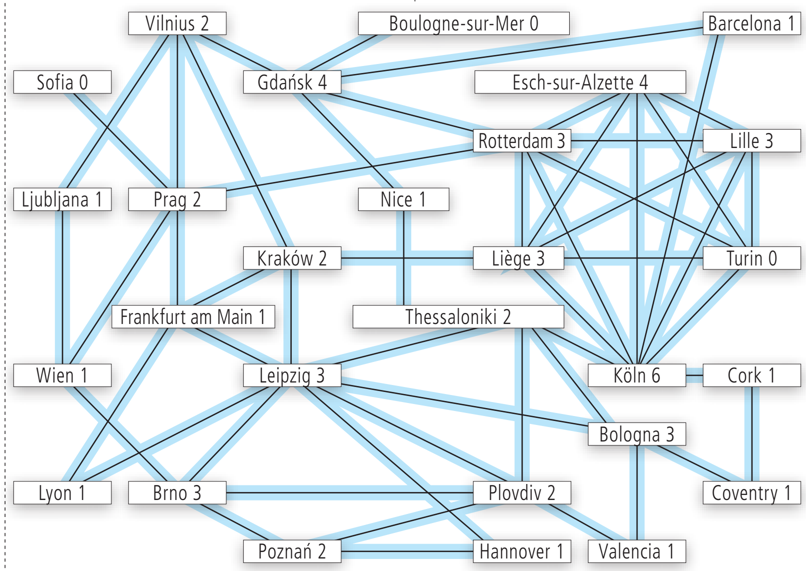
Eines Tages will Zara einen ihrer Sätze entschlüsseln und erkennt mit Grauen, dass sie die richtige Zeile im Buch vergessen hat.

Die notierte Zahlenfolge lautet:

1, 30, 21, 8, 5, 19, 46, 3, 22, 20, 74, 9, 1, 86, 1,
12, 12, 8, 1, 13, 295, 4, 25, 96, 2, 2, 327, 37,
1, 1, 9, 34, 11, 3, 3, 9, 1, 5, 2, 13, 20, 79, 1, 1, 1,
1, 4, 55, 1, 17, 1, 1, 1, 4, 2, 104, 12, 235, 37

Ermittle für diese und alle weiteren Zahlenfolgen, die zusammen mit dem Text von Zaras Lieblingsbuch auf www.bundeswettbewerb-informatik.de abgelegt sind, welcher Satz bzw. deutsche Klartext dahinter steckt.

Städtepartner



Viele Paare von Städten sind Partnerschaften eingegangen. In einem besonderen Jubiläumsjahr soll von jeder Städtepartnerschaft innerhalb der EU eine der beiden beteiligten Städte ein Fest für ihre Partnerstadt ausrichten. Damit der Aufwand für die ganzen Feste keine Stadt überfordert, wird für jede Stadt eine Obergrenze für die Anzahl der von ihr auszurichtenden Feste vereinbart. Aber können die Feste überhaupt so verteilt werden, dass alle Obergrenzen eingehalten werden?

Die oben stehende Abbildung zeigt einige Städte mit ihren Obergrenzen und die Partnerschaftsbeziehungen zwischen ihnen.

Kannst du eine Lösung für dieses Beispiel finden?

Aufgabe 5

Entwirf und implementiere ein Verfahren, das eine gültige (d.h. die Obergrenzen einhaltende) Verteilung der Feste findet, falls eine solche existiert. Dein Verfahren muss so effizient sein, dass es auch das größere auf www.bundeswettbewerb-informatik.de abgelegte Beispiel löst.