

Aufgabe 1

Prämienjagd

Supermärkte geben oft Prämien. Eine oft gesehene Möglichkeit ist „drei kaufen – eins umsonst“, was aber auch als „weniger als vier kaufen – mehr zahlen“ interpretiert werden kann. Im vorliegenden Fall sind die Regeln aber viel komplizierter:

→ Liebe Kundschaft, wenn Sie an der Kasse zwei Gegenstände, die Sie kaufen wollen, nebeneinander hinlegen und der Centbetrag der Summe beider Preise 11, 33, 55, 77 oder 99 betragen sollte, dann erhalten Sie eine Prämie in Form eines kleinen Geschenks. Sie können Ihr Geschenk aus einem reichhaltigen Angebot auswählen. Selbstverständlich können Sie bei einem Einkauf mehrere Prämien einfordern. Jeder Gegenstand kann aber nur zur Erlangung einer Prämie verwendet werden. Wir freuen uns, wenn Sie die Herausforderung annehmen, Ihren Einkauf entsprechend auf dem Band anzuordnen.

Will man tatsächlich die Anzahl der Prämien maximieren, wenn man mit gefülltem Einkaufswagen an die Kasse kommt, dann lohnt es sich, ein wenig nachzudenken: Hat man Gegenstände mit den Preisen € 4,13, € 6,64, € 8,98 und € 9,91, ist es keine gute Idee, die ersten beiden zu paaren, da dann nur eine Prämie winkt.

→ Aufgabe

Schreibe ein Programm, das hilft, dieses verflixte Problem zu lösen. Es sollte die Preise einlesen und dann die entsprechenden Paarungen ausgeben. Für die Eingabe

1.99 4.13 6.64 8.98 9.91 1.99

wäre beispielsweise die Ausgabe

(4.13 8.98) (6.64 9.91)

angemessen. Das genaue Format der Ausgabe kannst du auch selbst wählen. Du solltest aber unbedingt darauf achten, dass deine Lösung immer so viele Prämien wie möglich erwirkt. Demonstriere dein Programm an aussagekräftigen, selbst gewählten Fällen und teste es auch an den auf der Webseite des BWINF vorgegebenen Beispieldaten.

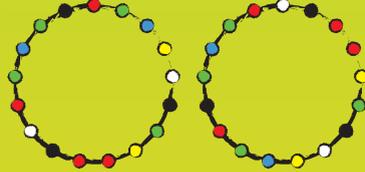
<http://www.bwinf.de/aufgaben/material/>



Aufgabe 2

Perlenketten

Eine Schulklasse möchte eine Spende von Geld machen, das sie mit dem Verkauf von Perlenketten verdient. Eine Perlenkette ist eine geschlossene Folge von farbigen Holzperlen. Es gibt nur Perlen von sechs verschiedenen Farben; aber dafür reichen die längsten Ketten den Leuten vom Hals viermal hinunter bis zum Bauchnabel. Der Verkauf läuft gut. Eine etwas spleenige Stammkundin ist aber unglücklich. Sie hat die beiden Ketten



gekauft und erst hinterher festgestellt, dass sie in Wirklichkeit „gleich“ sind, d. h. dieselbe Folge von Farben aufweisen, wenn man nur richtig anfängt und die richtige Durchlaufrichtung wählt – sie wollte aber immer nur verschiedene Ketten kaufen. Nun gut, sie kann eine ihrer Ketten umtauschen. Aber um zu verhindern, dass so etwas noch einmal passiert, soll jede Kette von nun an mit einem Schaubild verkauft werden, das die Kette in einer „Normalform“ zeigt, und zwar so, dass zwei Ketten genau dann dieselbe Normalform haben, wenn sie dieselbe Farbenfolge besitzen. Zum Beispiel könnten die obigen Ketten beide durch die folgende Normalform dargestellt werden:



→ Aufgabe

Überlege dir und beschreibe, wie die Normalformen beschaffen sein könnten, und schreibe ein Programm, das die Normalform einer beliebigen Perlenkette berechnen kann.

Zeige die Ausgabe deines Programms für sinnvoll gewählte Beispielperlenketten.

Aufgabe 3

Winddiagramme

Wetterstationen erfassen unter anderem Windrichtungen und Windgeschwindigkeiten. Die Windrichtungen werden in Grad angegeben: 0° steht für Wind aus Nord, 90° für Ostwind, 180° für Südwind, 270° für Westwind. Die Windgeschwindigkeiten werden in Meter pro Sekunde angegeben. Die Wetterdaten liegen in Tabellenform vor. Beispiel:

TT.MM.JJJJ	h	°	m/sec	°C	%	hPa	...
Datum	Stunde	Windrichtung	Windgeschwindigkeit	Außentemperatur	Luftfeuchtigkeit	Luftdruck	..
01.01.1998	7	230	1,1	5,8	63,5	1018	...
01.01.1998	14	241	2,8	8,1	62,4	1017	...
01.01.1998	21	230	2,9	4,8	64,3	1012	...
02.01.1998	7	232	4,5	4,6	65,4	1000	...
02.01.1998	14	200	5,3	7,7	63,1	996	...
02.01.1998	21	222	2,6	6,8	57,5	992	...

Zur Darstellung der Winddaten sollen Windrichtungsdiagramme erstellt werden, die einerseits die Häufigkeiten bestimmter Windrichtungen verdeutlichen und andererseits die bei den jeweiligen Windrichtungen aufgetretenen Windgeschwindigkeiten veranschaulichen.

→ Aufgabe

Formuliere zwei Fragestellungen, die mit Hilfe der Winddaten aus der Tabelle beantwortet werden können, die auf den Webseiten des BWINF vorliegt. Finde jeweils grafische Darstellungen, welche die Beantwortung der Fragen gut unterstützen. In mindestens einer der Grafiken sollen die Windrichtungen als von einem gemeinsamen Punkt ausgehende Strahlen dargestellt werden, wie in einer Wind- oder Kompassrose.



Pass-Algorithmen

Zugriffe zu technischen Geräten werden oft erst nach einer Authentifizierung gewährt. Beispiele sind der Passwortschutz eines Schulcomputers oder die PIN-Eingabe in Verbindung mit einer Magnetkarte am Geldautomaten.

Ein Sicherheitsnachteil dieser Zugriffsschutzverfahren ist ihre Wiederholbarkeit: Wird das Eingeben des Passworts oder der PIN beobachtet (und die Magnetkarte entwendet), kann auch eine unbefugte Person Zugang erhalten.

Entwirf ein System, das diesen Nachteil vermeidet. Anstatt eines statischen Passworts aus einer großen Menge möglicher Passwörter soll ein Pass-Algorithmus aus einer großen Menge möglicher Pass-Algorithmen als Nachweis der Identität vorgehen werden. Dieser Pass-Algorithmus kann eine Eingabe eindeutig in eine Ausgabe überführen, berechnet also eine Funktion $f: X \rightarrow Y$. Eine Authentifizierung läuft nun so ab: Das System bietet ein zufälliges $x \in X$ an, und der Benutzer oder die Benutzerin muss selbst $f(x)$ berechnen und dem System mitteilen. Ist das Ergebnis korrekt, dann geht das System davon aus, dass er oder sie im Besitz des korrekten Algorithmus f ist, und gewährt den Zugang.

Beobachtet jemand den Vorgang, werden im schlimmsten Fall x und $f(x)$ bekannt, aber nicht f .

Eine gute Klasse von Pass-Algorithmen sollte mindestens folgende Eigenschaften haben:

- Die Anzahl möglicher Pass-Algorithmen ist groß.
- Ein Pass-Algorithmus kann mit wenig Mühe im Kopf in kurzer Zeit ausgeführt werden.
- Die Beobachtung weniger Paare $(x, f(x))$ erlaubt kaum Rückschlüsse auf den benutzten Pass-Algorithmus f .

Welche dieser Punkte am wichtigsten sind, hängt sehr vom Kontext ab.

Hier ein (sicher nicht perfektes) Beispielsystem: Die Eingabe ist ein 5×5 Feld von zweistelligen Zahlen. Ein Pass-Algorithmus sieht so aus: „Addiere die Zahlen an den Positionen (a,b) und (c,d) zu einer Zahl n “. Hierbei gilt $1 \leq a,b,c,d \leq 5$, und $1 \leq n \leq 99$.

Konkret könnte ein Pass-Algorithmus also „Addiere die Zahlen an den Positionen $(3,4)$ und $(1,5)$ zur Zahl 42“ lauten.

Das konkrete System könnte

```
23 34 23 89 45
10 23 64 74 87
38 93 52 97 47
32 98 23 29 31
87 38 97 12 32
```

präsentieren, wobei mit $97 + 45 + 42 = 184$ geantwortet werden muss.

→ Aufgabe

1. Überlege, warum die genannten Eigenschaften wünschenswert sind. Welche weiteren Eigenschaften sollte ein solches System haben?
2. Wie bewertest du das Beispielsystem?
3. Entwirf selbst zwei solche Systeme für zwei unterschiedliche Szenarien, implementiere eines davon und beurteile kritisch die Vorteile und Nachteile beider. Erläutere auch, in welchen Situationen deine Systeme gut eingesetzt werden können.

Kosmischer Tanz

Ein Stern S mit Masse M kann als punktförmig und unbeweglich angesehen werden. Ein kleinerer punktförmiger Himmelskörper K mit Masse m in Abstand r von S wird von S mit einer Kraft der Größe $G M m / r^2$ angezogen, wobei G eine Gravitationskonstante ist. Außerdem gilt das zweite Newtonsche Gesetz
Beschleunigung = Kraft / Masse.

→ Aufgabe

Erstelle ein Simulationssystem, das geeignet ist, experimentell zu untersuchen, wie sich K unter dem Einfluss der Anziehung durch S bewegen kann (andere Himmelskörper werden außer Acht gelassen). Es soll dabei möglich sein, die Masse des Körpers K sowie seine Anfangsposition und Anfangsgeschwindigkeit zu variieren. Finde eine gute Art, wie man das Ergebnis einer Simulation auf einem Blatt Papier darstellen kann, und zeige das Ergebnis von mindestens zwei möglichst unterschiedlichen und interessant verlaufenden Simulationen.



Canonicus

Dass Computer Musik abspielen können, ist nichts Neues. Aber es gibt auch Programme, die Musik selbst komponieren – oder zumindest teilweise. Das geht natürlich nur, wenn Formen oder Regeln vorgegeben sind. Eine der einfachsten Formen für mehrstimmiges Musizieren ist ein Kanon. Ein Kanon ist gegeben durch eine Melodie, die in einem Taktmaß notiert ist, und Einsatzmarkierungen für die verschiedenen Stimmen auf bestimmten Taktzeiten. Hier ein Kanon, zu dem etwa der schöne Text „Bundeswettbewerb Informatik“ geschrieben werden kann:



Dieser Kanon ist in einem 2/4-Takt notiert. Er ist wie folgt zu spielen oder zu singen: Zunächst beginnt die erste Stimme mit der Melodie. Die zweite Stimme beginnt mit der Melodie, wenn die erste Stimme beim zweiten Takt angelangt ist, die dritte Stimme beim dritten Takt angelangt ist, die dritte Stimme beim dritten und die vierte Stimme beim vierten Takt. Wenn eine Stimme das Ende der Melodie erreicht hat, fängt sie wieder von vorne an, solange bis alle Stimmen gemeinsam enden.

→ Aufgabe

Schreibe ein Programm, das einen gegebenen Kanon korrekt mehrstimmig „spielt“.

1. Überlege zuerst eine leicht computerlesbare Notation eines Kanons, die dein Programm einlesen kann. Verwende als Grundlage ABC, eine Textnotation für Musik (Informationen zur Musiknotation ABC findest du auf den Webseiten des BWINF). Ergänze sie um eine Kennzeichnung zum Einsatz der Stimmen; dabei kannst du davon ausgehen, dass Einsätze nur am Anfang eines Taktes stehen.
2. Ausgabe deines Programms ist der „ausgeschriebene“ Kanon, mehrstimmig in ABC notiert.
3. Wende dein Programm auf den obigen Kanon, auf die auf den BWINF-Webseiten vorhandenen Kanons und auf mindestens einen selbst gewählten Kanon an. Dokumentiere Eingabe und Ausgabe.

→ Beispiel

Die Melodie (in ABC notiert) $G A | C F |$ habe zwei Einsatzmarken, für die erste Stimme im ersten Takt und für die zweite Stimme im zweiten Takt:



Eine mögliche Ausgabe des Programms ist dann (hier nur die Stimmen):

V: 1
GA | CF | GA | CF ||

V: 2
z2 | GA | CF | GA ||

In Noten ist das:

