

Belagerung um Farnsworth Castle



AD 1314. Nicht mehr lange können die Ritter Königin Eleonores auf Farnsworth Castle die Angreifer des Blythlethwick-Clans abhalten. Die einzige Hoffnung der Königin ist die Benachrichtigung ihres Sohnes John, der sich mit Julee, der Prinzessin des Clans, verlobt hat. Wäre sie auf Farnsworth, müßten die Blythlethwicks verhandeln. Doch die Königin kann sich nicht sicher sein, daß ihr Bote nicht abgefangen würde. Würde ihr Plan bekannt, wäre Blutvergießen unvermeidbar. Eleonore schickt darum zwei Boten: Einen mit einer verschlüsselten Botschaft, den anderen mit einem Schlüssel. Bei der Verschlüsselung geht sie folgendermaßen vor: Sie schneidet eine quadratische Schablone aus Leder, die in quadratische Felder eingeteilt ist. Manche dieser Felder sind ausgeschnitten. Diese Schablone legt die Königin auf ein Stück Papier und schreibt die ersten Buchstaben ihrer Botschaft von links nach rechts, oben nach unten, durch die ausgeschnittenen Felder. Dann dreht sie die Schablone um 90 Grad im Uhrzeigersinn, schreibt weiter und wiederholt den Vorgang noch zwei weitere Male. Die Nachricht ist:

KOMM UND BRING JULEE NACH FARNSWORTH

Schablone und verschlüsselte Nachricht sehen so aus:



BRKQAE
ER IMN
NMS WN
OGA CJ
UHRNUD
L FTH

- Welchen Anforderungen müssen Anzahl und Anordnung der Löcher genügen, damit die Schablone zur Verschlüsselung geeignet ist?
- Gib ein einfaches Verfahren für den Entwurf von geeigneten Schablonen an.
- Schreibe ein Programm, das anhand einer gegebenen Schablone eine Nachricht verschlüsselt und entschlüsseln kann. Wie sieht die mit der obigen Schablone verschlüsselte Fassung folgender Rückantwort aus?

JULEE MIT STALLKNECHT DURCHGEBRANNT

Partyvorbereitungen

Katrin Käfer möchte ein großes Fest feiern. Dafür sind etliche Aufgaben zu erledigen: Salate machen, Pizza vorbereiten, Zimmer ausräumen, Nachbarn warnen und dergleichen mehr. Katrin möchte nicht die ganze Arbeit alleine machen und überlegt sich daher: einige ihrer Freundinnen und Freunde zur Mitarbeit heranzuziehen. Nun stellt sich natürlich die Frage, wie viele Personen sie um Mithilfe bitten soll.

Etwas formaler stellt sich ihr Problem wie folgt dar: Es sind n Aufgaben zu erledigen. Die einzelnen Aufgaben sind nicht mehr teilbar. Für die i -te Aufgabe ist die Zeit t_i zu veranschlagen. Katrin allein würde also die Zeit $t_1 + t_2 + \dots + t_n$ benötigen. Jede Person, die Katrin helfen könnte, kann nur einen Nachmittag, d.h. nicht mehr als 5 Stunden Zeit aufbringen.

Um die minimale Anzahl Helfer zu berechnen, müßte Katrin alle Möglichkeiten, Kombinationen von Aufgaben auf Helfer zu verteilen, ausprobieren. Bei den vielen zu erledigenden Aufgaben dauert ihr das aber zu lange.

Aufgabe:

Entwirf eine Strategie, die folgendes leistet:

- Sie ermittelt nicht die optimale Lösung durch Probieren aller Kombinationen.
- Sie ordnet nicht einfach jeder Person genau eine Aufgabe zu.
- Sie verplant höchstens doppelt so viele Personen, wie im besten Fall nötig gewesen wären.

Beschreibe Deine Strategie und beweise, daß Katrin damit nicht mehr als doppelt so viele Helfer einspannt, wie nötig gewesen wären.

Schreibe ein Programm, das Deine Strategie realisiert.

Gib für $n = 9$, $t_1 = t_2 = \dots = t_9 = 45$ min, $t_{10} = 165$ min, $t_{11} = 105$ min und pro Person zur Verfügung stehender Zeit 300 min an, zu welchem Ergebnis Deine Strategie führt (nicht die von Hand errechnete optimale Lösung!). Wende Deine Strategie außerdem auf 10.000 mit dem Zufallszahlengenerator erzeugte Zahlen im Bereich 1 bis 20 und pro Person zur Verfügung stehender Zeit 25 an ($n = 10.000$, $t_i \in \{1, \dots, 20\}$) und gib an, wieviele Personen benötigt werden und wie lange sie im Durchschnitt arbeiten.

Rekursive Besen

Heiner Huschelmutz, CAD-Spezialist, ist verzweifelt. Seine Frau war eine Woche auf Dienstreise und kommt morgen zurück. Huschelmutz möchte ihr die Wohnung in blitzblankem Zustand präsentieren: im Moment gleicht sie noch einem Schlachtfeld. Er will einen Besen holen, kann aber keinen finden: es ist nach Ladenschluß. Da kommt ihm eine Idee: In seiner Heimwerkstatt hat er eine computergetriebene Fräsmaschine. Warum soll sie ihm nicht einen Besen fräsen? Die Daten für den Besen sollen automatisch generiert werden. Zwecks Inspiration nimmt er drei Borsten eines Pinsels in die Hand, die er auf seinem Schreibtisch herumschiebt und anstarrt. Sie liegen so da:



Heiner Huschelmutz's Sicht verschwimmt, und er sieht immer mehr Borsten, erst so:



dann so:



dann so:

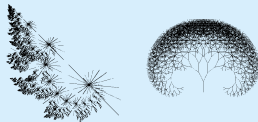


Noch etwas später hat er folgendes Bild vor Augen:



Anfänglich ist Huschelmutz verwirrt, doch bald erkennt er ein Prinzip hinter dem Spiel, das seine Augen mit ihm teilt.

- Nach welchem Prinzip ist Heiner Huschelmutz's Vision aus der ursprünglichen Borstenanordnung entstanden?
- Schreibe ein Programm, welches das Prinzip über beliebige viele Schritte fortsetzt und jeweils die Borstenanordnung auf dem Bildschirm anzeigt. Schicke uns Bilder der ersten sechs Stufen.
- Verändere die Ausgangslage der Borsten so, daß andere schöne Bilder entstehen. Schicke uns drei davon.



Wetter in Quadratien

Quadratien ist ein quadratisches Gebiet aus quadratische Feldern. Das Feld in der Nord-west-Ecke hat die Zeilennummer 0 und die Spaltennummer 0.

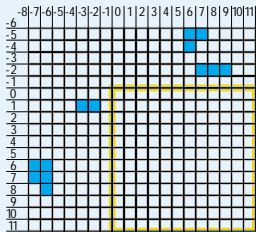
Das Wetter in Quadratien wird durch quadratische Wolken bestimmt, die genau ein Feld groß sind. Solche Wolken rücken getaktet über Quadratien vor, und zwar von Norden nach Süden 2 Felder pro Takt und, in einer anderen Höhe, von Westen nach Osten 3 Felder pro Takt. Es regnet überall dort, wo sich nach einem Vorrücken sowohl eine Nord-Süd- als auch eine West-Ost-Wolke befindet. Wolken, aus denen es regnet, lösen sich auf.

Die Wolkenvorhersage gibt an, an welchen Stellen (in der Form: Zeilennummer, Spaltennummer) sich zum aktuellen Zeitpunkt Wolken befinden. Daraus läßt sich dann ermitteln, wo es in Quadratien regnen wird, denn es werden nur solche Wolken angegeben, die über Quadratien hinwegziehen werden.

Beispiel:

Wolkenvorhersage:

-5/6 -4/6 -2/7 7/6 -2/9 -5/7
1/2 8/6 6/6 7/7 6/7 1/3 -2/8.



Es wird jeweils einmal regnen an den Stellen 1, 6, 1, 7 und 8, 9.

Aufgabe:

Schreibe ein Programm, welches folgendes leistet:

1. Einlesen der Größe von Quadratien (Anzahl Zeilen bzw. Spalten)
2. Einlesen einer Wolkenvorhersage
3. Ausgabe, wo in Quadratien wie oft Regen fällt

Sende uns 3 Beispiele, darunter eines für ein Quadratien der Größe 10 x 10 und folgender Wolkenvorhersage:

2/-3 -5/5 -3/4 1/-4 6/-12 -3/5
-7/5 3/-10 -6/6 6/-11 -7/4 3/-4
-4/5 -3/3 -6/9 2/-4.



Nach der Party

Das Fest bei Katrin Kafer war ein großer Erfolg. Nur eine Kleinigkeit trübt ihre Hochstimmung: Der von Katrin heimlich verehrte Robert hatte ihre Einladung zum Fest mit der Bemerkung abgelehnt, daß er keine Lust habe, seine Zeit auf so einer langweiligen Veranstaltung zu verschwenden. Mit der Verehrung ist es nach dieser Bemerkung natürlich vorbei, aber Katrin hofft nun, daß Robert von möglichst vielen verschiedenen Personen hört, wie superspitzte das Fest bei ihr war, und sich entsprechend ärgert. Wie oft Robert von dem Fest hört, läßt sich ausrechnen, wenn man weiß, wer alles auf dem Fest war, welche Personen im weitläufigen Bekanntenkreis von Katrin die Festgäste kennen, welche dieser Personen sich untereinander kennen und wer alles Robert kennt.

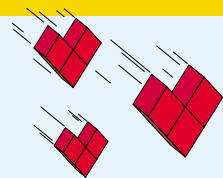
Sie vermutet ganz richtig, daß jeder, der etwas von dem Fest hört, dies auch weiter erzählen wird. Andererseits wird aber niemand mehrfach der gleichen Person von dem Fest erzählen, auch wenn der Betreffende von mehreren verschiedenen Personen davon erzählt bekommt. Natürlich kennen sich alle Festgäste untereinander. Und natürlich wird sie selbst, obwohl sie Robert ja kennt, ihm niemals auch nur ein einziges Wort von ihrem Fest berichten. Auch ihren sonstigen nicht-eingeladenen Bekannten wird sie nicht von ihrem Fest vorschwärmen.

Beispiel:

Auf dem Fest waren Freddy, Ina und Vera. Freddy kennt Robert und Lothar. Ina kennt Lothar und Hans. Vera kennt Robert und Hans. Robert kennt Lothar und Volker. Volker kennt Kirsten. Kirsten kennt Robert. Hans kennt Lothar und Robert.

(Wenn Robert Lothar kennt, dann kennt auch Lothar Robert, auch wenn dies nicht explizit angegeben wurde.)

In diesem Fall hört Robert viermal von dem Fest, nämlich von Freddy, Hans, Lothar und Vera.



Aufgabe:

Schreibe ein Programm, das nach Eingabe der Gäste und der Bekanntschaften im Bekanntenkreis von Katrin ermittelt, wie oft Robert von dem Fest hört. Die Eingabe der Bekanntschaften muß dabei nicht unbedingt in der Form zweier Namen erfolgen, sondern geeignete Kürzel sind ebenfalls möglich.

Sende uns drei Beispiele von Programmläufen, darunter eines mit folgenden Festgästen und Bekanntschaften:

Auf dem Fest waren Elisabeth, Christoph, Jochen und Gaby. Jochen kennt Muriel, Helga, Cornelia und Bettina. Bettina kennt Reinhard, Helga und Cornelia. Elisabeth kennt Peter, Michael, Muriel und Herbert. Robert kennt Ulrich, Herbert und Cornelia. Jochen kennt Herbert, Janine und Robert. Ulrich kennt Werner und Wolfgang. Wolfgang kennt Robert und Werner. Werner kennt Robert und Andrea. Andrea kennt Robert und Wolfgang. Janine kennt Reinhard und Robert. Christoph kennt Peter, Michael und Herbert. Peter kennt Robert und Herbert. Muriel kennt Janine, Reinhard und Robert. Michael kennt Robert.

